

# Teorias de recurso e "magia" quântica

## *Resource theories and quantum "magic"*

Cláudio Boghi  
[claudio.boghi@docente.unip.br](mailto:claudio.boghi@docente.unip.br)  
Universidade Paulista

### RESUMO

A computação quântica requer recursos físicos para atingir vantagens sobre a computação clássica. Entre esses recursos, o entrelaçamento quântico é frequentemente destacado, mas sabe-se hoje que ele, isoladamente, não garante vantagem computacional - circuitos formados apenas por portas de Clifford podem gerar grandes estados emaranhados e ainda assim serem simulados eficientemente em computadores clássicos. Outro ingrediente fundamental é a chamada "magia quântica", termo que se refere a recursos não-estabilizadores ou operações não-Clifford necessários para se alcançar a universalidade quântica e superar a eficiência clássica. Este trabalho aborda a teoria de recursos de magia quântica, revisando as principais medidas de "magia" (como a mana e a robustez da magia) e sua relação com operações não-Clifford, discutindo a síntese de circuitos Clifford+T e os desafios de conversão de recursos (incluindo o papel de catalisadores quânticos), e explorando as pontes entre a magia quântica, a obtenção de vantagem quântica e a complexidade de estados quânticos. A fundamentação teórica e resultados recentes são apresentados e discutidos, evidenciando como a magia quântica emerge como um componente-chave para a computação quântica universal e fault-tolerant.

**PALAVRAS-CHAVE:** Recurso quântico; magia quântica; estados estabilizadores; computação quântica.

### ABSTRACT

*Quantum computing requires physical resources to achieve an advantage over classical computation. Among these resources, quantum entanglement is often emphasized; however, it is now known that entanglement alone does not guarantee computational advantage—circuits composed solely of Clifford gates can produce highly entangled states yet remain efficiently simulable on classical computers. Another essential ingredient is the so-called "quantum magic," a term referring to non-stabilizer resources or non-Clifford operations needed to attain universal quantum computation and surpass classical efficiency (nature.com). This work addresses the resource theory of quantum magic, reviewing the main measures of "magic" (such as mana and robustness of magic) and their relation to non-Clifford operations; discussing Clifford+T circuit synthesis and the challenges of resource conversion (including the role of quantum catalysts); and exploring links between quantum magic, the attainment of quantum advantage, and the complexity of quantum states. The theoretical foundations and recent results are presented and discussed, showing how quantum magic emerges as a key component for universal, fault-tolerant quantum computation.*

**KEY-WORDS:** *Quantum resource theory; quantum magic; stabilizer states; quantum computing.*

## INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o campo da informação quântica consolidou a compreensão de que certos recursos puramente quânticos são responsáveis pelo potencial de computação quântica superar a clássica. A teoria de recursos quânticos oferece um arcabouço formal para quantificar e entender tais recursos. Um exemplo bem conhecido é o entrelaçamento (emaranhamento) quântico, frequentemente considerado essencial para vantagens quânticas. No entanto, pesquisas têm demonstrado que o entrelaçamento, por si só, não é suficiente: existe um conjunto de operações e estados (chamados de estabilizadores) que podem exibir alto grau de entrelaçamento e, ainda assim, serem classicamente simuláveis devido ao teorema de Gottesman-Knill. Em outras palavras, circuitos restritos às chamadas operações de Clifford atuando sobre estados estabilizadores não conseguem ultrapassar a capacidade de computação clássica, pois admitem simulação eficiente em um computador tradicional. Para alcançar computação quântica universal e de fato obter vantagem quântica (também referida como supremacia quântica), é necessário introduzir recursos além dos estabilizadores - isto é, operações não-Clifford ou estados quânticos que não podem ser preparados apenas com portas de Clifford.

Esses recursos além do domínio estabilizador são comumente chamados de “magia” quântica. O termo "magia" refere-se precisamente à não-estabilizabilidade de um estado ou operação, ou seja, o quão distante ele está do conjunto de estados/operações que podem ser realizados somente com Cliffords. Estados mágicos (não-estabilizadores puros) fornecem a “injeção” necessária de não-linearidade para realizar operações universais. Por exemplo, um qubit preparado em um estado mágico específico como autovetor da porta T (uma rotação de  $\pi/4$ , também chamada de porta  $\pi/8$ ) permite estender um circuito de Cliffords para computação universal. De modo geral, a presença de magia nos estados de entrada de um computador quântico é um pré-requisito para ganhos computacionais exponenciais: enquanto um circuito sem magia permanece ineficaz contra algoritmos clássicos, a introdução de estados ou operações mágicas adiciona o recurso necessário para acelerar certos cálculos além do alcance clássico.

Este artigo revisa os conceitos centrais da teoria de recursos aplicada à magia quântica. Inicialmente, definimos o cenário teórico: o que são estados estabilizadores (considerados estados livres na teoria de recursos) e o que caracteriza um estado ou operação “mágica” como recurso dispendioso. Em seguida, apresentamos as medidas de magia que quantificam o teor de não-Cliffordidade de um estado, com destaque para a mana e a robustez da magia, discutindo a

relação dessas medidas com a necessidade de portas não-Clifford em circuitos. No segmento seguinte, abordamos a síntese de circuitos usando portas Clifford + T, explorando como os recursos de magia entram no projeto de circuitos fault-tolerant e a conversão de estados mágicos via protocolos de destilação - incluindo desenvolvimentos recentes que empregam catalisadores quânticos para viabilizar conversões antes impossíveis. Por fim, examinamos as pontes entre a magia quântica e a vantagem computacional, discutindo como a quantidade de magia em um estado se relaciona com a dificuldade de simulação clássica (complexidade de estado) e evidenciando seu papel distintivo em sistemas de muitos corpos em comparação ao entrelaçamento.

## 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: MEDIDAS DE "MAGIA" E RELAÇÃO COM NÃO-CLIFFORD

No contexto da teoria de recursos, define-se um conjunto de estados livres que podem ser preparados sem custo - no caso de magia quântica, os estados livres são precisamente os estados estabilizadores. Para qubits, os estados estabilizadores puros correspondem aos autovetores dos operadores de Pauli (X, Y, Z) e seus negativos; existem seis desses estados puros (por exemplo,  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|-\rangle = (|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|i+\rangle = (|0\rangle + i|1\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|i-\rangle = (|0\rangle - i|1\rangle)/\sqrt{2}$ ) que formam os vértices de um poliedro octaédrico no interior da esfera de Bloch. Qualquer estado quântico (misto ou puro) que esteja dentro do envoltório convexo desse octaedro é um estado estabilizador (essencialmente uma mistura clássica daqueles seis vértices) e, portanto, pode, em princípio, ser obtido sem recurso mágico adicional. Já estados mágicos são aqueles que se situam fora do octaedro estabilizador na esfera de Bloch - um exemplo famoso é o estado  $|T\rangle = \cos(\pi/8)|0\rangle + \sin(\pi/8)|1\rangle$ , que é um autovetor da porta T e não pode ser aproximado como mistura de estabilizadores. A existência de um estado desse tipo como recurso auxilia na realização de operações não-Clifford (como a própria porta T) em um circuito, algo necessário para universalidade.

Para quantificar o grau de magia de um estado (isto é, o quão não estabilizador ele é), várias medidas de recurso foram propostas. Uma das primeiras e mais utilizadas é a mana, derivada da negatividade da função de Wigner (uma representação de fase espacial) para sistemas de dimensão ímpar. Intuitivamente, a mana mensura a quantidade de negatividade na distribuição de quasiprobabilidades associada ao estado - negatividade essa que não ocorre em estados estabilizadores. Matematicamente, a mana  $M(\rho)$  de um estado  $\rho$  é uma função logarítmica da soma das magnitudes das regiões negativas da função de Wigner.

O ponto-chave sobre a mana é que ela se comporta como um monótono de recurso: (i)  $M(\rho) = 0$  para todos os estados estabilizadores (estados livres) e (ii) não aumenta sob operações livres (no caso, operações de Clifford). Além disso, a mana possui propriedades convenientes, como aditividade ( $M(\rho \otimes \sigma) = M(\rho) + M(\sigma)$ ) e calculabilidade eficiente para muitos casos práticos. Essas características fazem da mana um indicador útil da “magicalidade” de estados em computação quântica.

Outra métrica importante é a robustez da magia, definida de forma análoga à robustez de coerência ou de emaranhamento em outras teorias de recurso. A robustez da magia  $R(\rho)$  mede o mínimo de mistura necessária com estados estabilizadores para “simular” o estado  $\rho$ . Mais precisamente,  $R(\rho) = \min \{ \sum_i |w_i| : \rho = \sum_i w_i \sigma_i \}$ , onde  $\sigma_i$  são estados estabilizadores e os  $w_i$  são coeficientes reais que somam 1. Se  $\rho$  é um estado estabilizador, ele próprio pode ser escrito com  $R(\rho) = 1$  (ou robustez zero, dependendo da convenção). Já estados não estabilizadores requerem coeficientes com magnitudes totais maiores que 1. A robustez da magia, assim definida, possui uma interpretação operacional: ela reflete a dificuldade de simular classicamente o estado ou a operação correspondente, além de fornecer limites inferiores para a síntese de portas não-Clifford necessárias para preparar aquele estado. Em outras palavras, quanto maior a robustez, maior o “custo” de magia - seja em termos de esforço de simulação clássica, seja em termos de recursos necessários para implementar o estado/operação via circuitos quânticos.

Além da mana e da robustez, a literatura propõe outras medidas e monótonos de magia, como a relativa entropia de magia (baseada na distância de Kullback-Leibler até o conjunto de estados estabilizadores), as métricas thauma (derivadas de divergências generalizadas) e as entropias de estabilizador (análogas a entropias de Rényi calculadas sobre a distribuição de componentes de Pauli do estado). Todas buscam formalizar o mesmo conceito subjacente: a quantificação da não-Cliffordidade. Importante notar que tais medidas são monótonos sob operações livres (Clifford), isto é, nenhuma operação composta apenas de Clifford pode aumentar a “magia” de um sistema. Isso reflete a restrição fundamental: sem injetar recursos externos (estados mágicos ou operações não-Clifford), a quantidade de magia só pode diminuir ou permanecer constante em um processamento quântico. Esse princípio estabelece uma ordem parcial entre estados em termos de sua utilidade computacional: por exemplo, se um estado  $\rho$  pode ser obtido de outro estado  $\sigma$  apenas com Clifford, então  $\rho$  não tem mais magia do que  $\sigma$  - formalmente,  $\rho$  é “mais fraco ou equivalente” como recurso. Essas considerações motivam estudos de conversão de estados mágicos.

### 1.1 SÍNTESE CLIFFORD+T, CATALISADORES E CONVERSÕES DE RECURSO

Em arquiteturas de computação quântica tolerantes a falhas, costuma-se distinguir operações de Clifford (implementáveis de forma barata e estável com códigos de correção de erros) e operações não-Clifford, tipicamente mais custosas em recursos. Uma abordagem padrão para obter universalidade é adicionar à família Clifford uma única porta não-Clifford, frequentemente escolhida como a porta T (rotação de  $45^\circ$  em torno do eixo Z). O conjunto Clifford+T é universal, isto é, permite aproximar qualquer operação unitária arbitrariamente bem. Contudo, na prática, portas T não podem ser executadas de modo transversal nos códigos de correção de erros mais comuns e precisam ser realizadas por meio de protocolos auxiliares. Estados mágicos como  $|T\rangle$  entram justamente aqui: prepara-se offline múltiplas cópias ruidosas de  $|T\rangle$  e destila-se para alta fidelidade; em seguida, injeta-se  $|T\rangle$  puro no circuito principal e efetua-se uma porta T por meio de interações de Clifford entre o qubit de dados e a ancila mágica. Nesse paradigma, cada porta T consumida no circuito corresponde essencialmente ao consumo de um estado  $|T\rangle$  de alta fidelidade. Minimizar a contagem de portas T - o chamado T-count - equivale a minimizar o consumo de recursos mágicos, com impacto direto na viabilidade de hardware (menos estados mágicos a destilar) e na dificuldade de simulação clássica do circuito.

A síntese de circuitos Clifford+T é, assim, uma área ativa de pesquisa que busca compilar operações desejadas com o mínimo de portas T. A teoria de recursos de magia fornece ferramentas quantitativas para esse fim. Por exemplo, a robustez da magia de uma operação unitária - definida a partir do estado de Choi associado (ou de uma representação estabilizadora equivalente) - fornece um limite inferior para o número de estados mágicos necessários para implementá-la. Concretamente, se uma porta U não-Clifford tem robustez  $R(U)$  alta, nenhum circuito usando menos do que uma quantidade proporcional a  $R(U)$  de portas T (ou de estados mágicos injetados) conseguirá realizá-la. Estudos específicos confirmam esse princípio: portas de três qubits como CCZ (Toffoli diagonal) ou CS (controle-S) possuem valores conhecidos de robustez e, conseqüentemente, requerem ao menos certo número de portas T (ou equivalentes) para serem sintetizadas. Em geral, monótonos de magia (mana, robustez etc.) servem como métricas de custo: quanto maior a medida para um dado estado ou operação, maior o “custo não-Clifford”, refletido em circuitos mais complexos ou maiores overheads de destilação.

Outro aspecto central da teoria de recursos de magia é entender quais transformações são possíveis ou impossíveis sob operações livres (Clifford). Assim como na teoria de emaranhamento há estados que não podem ser convertidos uns nos outros sem insumos adicionais, na magia quântica existem restrições análogas. No regime determinístico (ou de muitas cópias i.i.d.), a destilação de magia estabelece que converter várias cópias de estados fracos em menos cópias de estados mágicos fortes é possível quando, por exemplo, a mana média de entrada excede a de saída por cópia. Já no regime de cópia única, muitas conversões úteis tornam-se impossíveis pela monotonicidade: um único estado mágico  $\rho$  frequentemente não pode ser transformado em outro estado mágico  $\sigma$  apenas com Cliffords, a menos que  $\rho$  possua pelo menos tanta “magia” quanto  $\sigma$  segundo todas as medidas monotônicas relevantes. Pesquisas recentes formalizam essas condições via programação semidefinida, identificando quando existe um canal livre (stabilizer-preserving) capaz de converter  $\rho$  em  $\sigma$ . Esses resultados mostram que a ordem parcial imposta pelas medidas monotônicas é rígida, mas não trivial: para certos pares de estados mágicos, nenhuma conversão é possível sem ajuda externa, caracterizando recursos inconvertíveis (análogos a estados bound-entangled no emaranhamento).

Diante dessas limitações, surge o conceito de catalisador quântico no contexto de magia. Um catalisador é um estado auxiliar que, sem ser consumido ou degradado permanentemente, viabiliza transformações que seriam impossíveis estritamente sob operações livres. Em termos simples, aplica-se uma operação livre (Clifford) ao sistema de interesse mais um sistema auxiliar (o catalisador) e, ao final, o auxiliar retorna ao estado inicial. Se, graças à presença temporária do catalisador, o estado do sistema principal pôde ser transformado de  $\rho$  para  $\sigma$  (ambos mágicos) - mesmo quando  $\rho$  sozinho não podia ser convertido em  $\sigma$  por Cliffords -, houve conversão catalítica de recurso. Esse fenômeno é conhecido na teoria de emaranhamento e passou a ser explorado recentemente na magia quântica. Resultados novos indicam que catalisadores podem, por exemplo, contornar limites antes considerados fundamentais na destilação de recursos. Fang e Liu (2024) mostraram que certos protocolos de destilação de estados mágicos, que normalmente exigiriam grandes lotes para atingir overhead constante, podem ser convertidos em protocolos de uma única rodada com auxílio catalítico, mantendo essencialmente o mesmo overhead total. Em outras palavras, catalisadores permitem realizar destilações e conversões “one-shot” mais eficientes do que seria possível sem eles, contornando teoremas de impossibilidade (no-go) aplicáveis ao cenário sem catalisado. O catalisador, nesse contexto, é um estado mágico adicional que participa do processo e, ao final, retorna à forma original, podendo ser reutilizado.

É importante destacar que, embora promissor, o uso de catalisadores em magia quântica enfrenta desafios práticos: encontrar um estado catalisador adequado e implementar a operação conjunta necessária pode ser difícil. Ainda assim, esses avanços conceituais ampliam o escopo do que se entende como manipulável em estados mágicos. Sabe-se, por exemplo, que a destilação de magia - procedimento em que várias cópias de estados ruidosos não-estabilizadores são purificadas em um número menor de cópias quase puras - é crucial para viabilizar portas não-Clifford tolerantes a falhas. Protocolos catalíticos agora propõem maneiras de reduzir o tamanho dos lotes ou o overhead desses procedimentos, mantendo altas fidelidades de saída e, potencialmente, tornando a computação quântica tolerante a falhas mais acessível. De modo geral, a síntese Clifford+T e as conversões de recurso (destilação, diluição etc.) são o terreno onde medidas de magia encontram aplicação operacional: ditam as “taxas de câmbio” entre formas de recurso (diferentes tipos de estados mágicos ou estados mágicos vs. circuitos com portas T) e esclarecem custos fundamentais envolvidos.

## 1.2 VANTAGEM QUÂNTICA E COMPLEXIDADE DE ESTADO

Uma das motivações centrais para estudar a magia quântica é compreender o que torna um computador quântico mais poderoso que um clássico. Como mencionado, o entrelaçamento isoladamente não basta para garantir aceleração quântica - há sistemas altamente emaranhados que são eficientemente simuláveis. O ingrediente que faltava nessa equação é justamente a não-estabilizabilidade. De fato, um critério prático de simulabilidade clássica é a ausência de magia: se em algum ponto um circuito quântico pode ser descrito completamente por estados estabilizadores e operações Clifford, o resultado final não oferece vantagem computacional, pois existem algoritmos clássicos (baseados no formalismo de estabilizadores de Gottesman-Knill) capazes de simulá-lo com custo polinomial. Por outro lado, a presença de operações não-Clifford ou estados mágicos faz o sistema escapar do regime polinomial, muitas vezes produzindo distribuições de probabilidades cuja simulação exata é P-difícil ou cujos sampling requer custo exponencial a menos de colapsos conjecturais em complexidade. Assim, a métrica de magia pode ser vista como um indicativo de complexidade computacional do estado: estados com alta magia geram saídas de circuito difíceis de prever ou reproduzir classicamente.

Um resultado concreto nessa linha é que o custo de simulação clássica de um circuito quântico tende a crescer com a quantidade de magia presente. Técnicas de simulação aproximada via decomposição quasi-probabilística mostram que o número de amostras

necessário (ou o custo computacional) aumenta polinomialmente (às vezes exponencialmente) conforme cresce a robustez ou mana dos estados envolvidos. Em particular, num algoritmo de amostragem clássica, a variância introduzida por tratar portas  $T$  como ruído quasi-probabilístico leva a um número de execuções que escala quadraticamente com a robustez da magia – isto é, duplicar a robustez aproximadamente quadruplica o custo de simular estatísticas de saída do circuito.

Este fato conecta quantitativamente a magia ao conceito de vantagem quântica: um circuito será difícil de simular em clássicos (e portanto potencialmente exibirá vantagem) se, e somente se, contiver suficiente recurso de magia em algum ponto de seu processamento. Vale destacar que todas as demonstrações de "supremacia quântica" até o momento (como a amostragem de circuitos aleatórios) dependem criticamente de elementos não-Clifford para frustrar os simuladores clássicos. Mesmo que esses experimentos muitas vezes envolvam profundidades limitadas ou ruído, a inclusão de magia (por exemplo, portas aleatórias de três qubits não-Clifford ou equivalente) é o fator chave que rompe qualquer simplificação algorítmica clássica baseada em estabilizadores.

Do ponto de vista de complexidade de estado, podemos pensar na magia como medindo o "grau de não-classicalidade estrutural" de um estado quântico. Estados estabilizadores possuem descrições esparsas e eficientes (pelo formalismo de estabilizadores), enquanto estados mágicos geralmente requerem descrições exponencialmente complexas (por exemplo, em termos de número de componentes de Pauli necessários para expansões). Algumas propostas formais tentam capturar isso através de entropias de estabilizador: analogamente à entropia de Shannon medir complexidade de distribuição, a entropia de estabilizador mede a dispersão da distribuição de um estado em uma base de Pauli (ou Wigner). Essas entropias atuam como monótonos de magia e efetivamente quantificam o quão "espalhado" nos eixos estabilizadores um estado está. Estados altamente mágicos apresentam altas entropias de estabilizador, indicando que não há representação concisa em termos de alguns poucos componentes estabilizadores - um sinal de alta complexidade. Estudos em sistemas de muitos corpos reforçam essa distinção: por exemplo, há evidências de que estados fundamentais de certos sistemas quânticos críticos exigem magia para serem preparados, apesar de possuírem também emaranhamento extenso. Em fases gapped, a magia tende a ser mais "local" e limitada, enquanto em pontos críticos ou em dinâmicas caóticas, a magia espalha-se pelo sistema de forma não-local, análoga porém diferente do espalhamento de entropia de emaranhamento. Essa diferença sugere que a magia captura aspectos da complexidade quântica que o emaranhamento por si não distingue - por exemplo, dois estados podem ter entropia de emaranhamento volume-

law semelhante, mas se um for um estado estabilizador gigante e o outro um estado mágico altamente não-estabilizador, apenas o segundo é computacionalmente complicado de produzir ou simular.

Do ponto de vista da vantagem quântica prática, a noção de magia fornece um critério para arquitetar algoritmos e também para certificar experimentalmente um regime de computação além do clássico. Por exemplo, algoritmos variacionais ou de dinâmica quântica podem monitorar a evolução da mana ou robustez em registradores quânticos ao longo do tempo; se esses valores permanecem baixos, o algoritmo pode possivelmente ser simulado classicamente, mas se atingirem certo limiar, isso indica que o circuito entrou numa região de alta complexidade (inacessível a simuladores eficientes). Em experimentos recentes, medidas de magia foram realizadas em processadores quânticos de pequeno porte, demonstrando a viabilidade de detectar quanta de magia diretamente. Tais resultados abrem caminho para rotular configurações de estados em laboratório como contendo (ou não) potencial de vantagem quântica, servindo também como feedback para otimização de circuitos quânticos.

Resumindo, a magia quântica posiciona-se hoje como um conceito unificador entre a física quântica fundamental e a ciência da computação quântica: ela é simultaneamente uma quantificação de quão "não clássica" é a distribuição de amplitudes de um estado, e uma métrica prática para avaliar o quão difícil é reproduzir esse estado (ou operação) por meios clássicos. Seu estudo tem revelado estruturas profundas – como limitações de conversão de estados, a necessidade de catalisadores para vencer certos obstáculos e a distinção entre complexidade de estado e simples entropia de emaranhamento – todas contribuindo para entendermos melhor de onde vem o poder da computação quântica e como aproveitá-lo de maneira otimizada.

## 2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa teórica e bibliográfica, na qual realizamos uma revisão de literatura focada em artigos científicos e resultados recentes (publicados entre aproximadamente 2005 e 2025) relacionados à teoria de recursos aplicada à computação quântica. Foi realizada uma coleta de fontes primárias relevantes, incluindo artigos clássicos que introduziram conceitos de estados mágicos e destilação, bem como estudos contemporâneos que expandem as medidas de magia e exploram novas técnicas (como catalisadores quânticos). A metodologia inclui análise comparativa de propostas teóricas e resultados matemáticos, buscando extrair dos textos informações convergentes sobre definições

formais, propriedades das monotônicas de magia, e implicações operacionais para síntese de circuitos e vantagem computacional. Todas as informações técnicas apresentadas foram fundamentadas em fontes reconhecidas da comunidade, citadas ao longo do texto. Não houve experimentação original nem análise de dados numéricos inéditos; o enfoque recaiu na integração e discussão coerente do conhecimento já divulgado, garantindo uma visão abrangente e atualizada do tema.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da revisão empreendida, podemos destacar três eixos principais de resultados acerca de teorias de recurso e magia quântica:

(1) Formalização e quantificação da magia: As medidas de magia desenvolvidas fornecem uma linguagem quantitativa rigorosa para um conceito que antes era tratado informalmente. Verificamos que ferramentas como a mana e a robustez da magia satisfazem os critérios de monotonicidade e nulidade em estados livres, ao mesmo tempo em que possuem interpretações operacionais claras. Por exemplo, a robustez da magia simultaneamente quantifica o “overhead” em simulações clássicas e impõe limites para síntese de circuitos. Isso unifica noções de complexidade: um estado com robustez elevada inevitavelmente demanda muitos recursos não-Clifford para ser produzido e, reciprocamente, qualquer tentativa de simulação clássica exigirá um esforço (amostral, computacional) que cresce com essa robustez. Esse entrelaçamento entre teoria de recursos e complexidade computacional é um avanço conceitual importante - agora podemos ligar números (valores de monotônicas) a afirmações como “tal estado é muito difícil de simular” ou “tal porta exige ao menos  $N$  estados mágicos”. Adicionalmente, novos monotônicos como entropias de estabilizador ampliam a caixa de ferramentas, permitindo estudar sistemas maiores (por serem computacionalmente mais acessíveis de calcular) e conectando a magia a problemas matemáticos profundos (e.g., estados SIC-POVM maximamente mágicos, conforme sugerido por algumas referências).

(2) Protocolos de conversão e síntese de recursos: A revisão evidenciou os avanços significativos na destilação de estados mágicos e na síntese de operações não-Clifford com baixo overhead. Desde a proposta original de Bravyi e Kitaev (2005), muitos protocolos de destilação foram concebidos para diferentes alvos (por exemplo, estados  $|T\rangle$  de qubit, ou estados mágicos em qudits de dimensão ímpar para explorar contextualidade). Observamos que há um limite fundamental de escalabilidade na destilação sem catalisadores – tipicamente,

requerendo recursos que escalam no mínimo logaritmicamente com a inversão do erro desejado. Contudo, o resultado recente de Fang & Liu demonstra que, com auxílios catalíticos, é teoricamente possível alcançar overhead constante em destilação de magia one-shot (independentemente de quão baixo seja o erro alvo), algo que antes se conjecturava impossível

Essa descoberta sugere que algumas noções de "impossibilidade" em recursos quânticos não são absolutas, mas dependem das restrições operacionais consideradas – ao relaxar a condição de que o recurso auxiliar não possa ser reutilizado (permitindo catalisadores), novas possibilidades emergem. Na prática, embora implementações catalíticas ainda sejam incipientes, esse é um desenvolvimento animador pois ataca um gargalo real da computação quântica tolerante a falhas: o alto custo de produzir estados mágicos puros. Em paralelo, a síntese Clifford+T otimizada avançou com métodos algorítmicos e limites analíticos. A vinculação entre monotônicas de magia e T-count forneceu tanto direção para algoritmos (inspirando heurísticas baseadas em reduzir robustez via transformações equivalentes) quanto garantias de otimalidade (se um algoritmo atinge certo T-count que iguala o limite inferior dado pela robustez, ele é provadamente ótimo).

Discutimos também que certos estados mágicos intrinsecamente não podem ser interconvertidos sem probabilidade de falha ou consumo extra - esses “estados mágicos bound” representam fronteiras do que é aproveitável via destilação. A identificação desses casos (análogo a estados de emaranhamento bound) é importante para orientar a busca por recursos úteis: se um estado mágico específico não for destilável nem cataliticamente conversível em outro mais útil, ele pode ser descartado como candidato para computação. Assim, nosso levantamento sublinha tanto os progressos (destilação mais eficiente, síntese ótima) quanto os desafios persistentes (existência de estados não-destiláveis, necessidade de encontrar catalisadores viáveis) na manipulação prática da magia quântica.

(3) Relação entre magia, vantagem computacional e física de muitos corpos: Por fim, na interseção entre computação e física fundamental, notamos que a magia quântica se tornou uma ponte conceitual para compreender fenômenos em sistemas complexos. A descoberta de que entropia de emaranhamento e “entropia de magia” podem se comportar de maneiras qualitativamente diferentes em dinâmicas quânticas sugere que a magia captura uma faceta independente da complexidade quântica. Por exemplo, em circuitos quânticos aleatórios (um modelo para caos quântico), a entropia de emaranhamento geralmente cresce linearmente até saturar (lei de volume), ao passo que a magia, de acordo com estudos recentes, satura muito mais rapidamente (escala logarítmica com o tamanho do sistema) e atinge equilíbrios de forma diferente.

Isso indica que, após certo ponto, adicionar mais qubits emaranhados não aumenta a dificuldade de simulação se não houver concomitantemente aumento de magia - o emaranhamento “excessivo” pode ser visto como redundante do ponto de vista computacional, enquanto a magia é o recurso escasso que realmente limita a simulabilidade.

Em sistemas de matéria condensada, constatou-se que fases ordenadas vs. críticas diferem não apenas em entropia de entrelaçamento mas também em distribuição de magia: estados críticos exibem magia de longo alcance que não pode ser decomposta em partes locais independentes. Este resultado é intrigante pois conecta a magia a propriedades de fase e transições quânticas, temas tipicamente fora do escopo da ciência da computação. Do ponto de vista de vantagem computacional, implica que simular certos materiais quânticos em regime crítico pode ser difícil justamente porque os estados envolvidos contêm elevada magia, mesmo que a entropia de emaranhamento por si só não pareça excepcional. Em suma, a magia quântica está se estabelecendo como um conceito multi-facetado: além de sua relevância pragmática para implementar computação quântica, ela fornece novas lentes para analisar a estrutura de estados quânticos complexos, seja em algoritmos ou em sistemas físicos naturais.

Discussão geral: Os resultados levantados corroboram a ideia de que “magia” é um recurso indispensável para computação quântica além do regime classicamente simulável. Enquanto o entrelaçamento já foi plenamente incorporado na linguagem de informação quântica desde os anos 1990, apenas mais recentemente passamos a entender que havia um outro ingrediente – antes implícito nas construções como o “truque” da injeção de estados mágicos – merecendo formalização. A teoria de recursos de magia quântica cumpre esse papel, permitindo não apenas quantificar e classificar diferentes estados e operações quanto à sua utilidade computacional, mas também projetar estratégias para suprir tais recursos do modo mais eficiente possível (minimizando gastos, evitando operações desnecessárias e agora até mesmo usando catalisadores). Um ponto de discussão é como unificar a magia com outras teorias de recurso quântico, como a coerência e o contextualidade. Alguns trabalhos argumentam que a coerência quântica (superposição relativa a uma base de referência) é um recurso mais primário, e que a própria magia poderia ser vista como um tipo especial de coerência em bases estabilizadoras.

Outros relacionam a magia à contextualidade em teorias de variáveis ocultas, dado que estados mágicos tipicamente violam desigualdades clássicas (um fato que também levou a propostas de certificar magia via violação de desigualdades de Bell adaptadas). Essas conexões sugerem que, embora tenhamos tratado a magia de forma isolada, ela se insere em um panorama

maior de recursos quânticos que, em conjunto, definem os limites entre o que é clássico e o que é quântico.

Em conclusão, a discussão evidencia que o estudo aprofundado da magia quântica não é apenas um exercício teórico, mas traz implicações práticas diretas: desde orientar a engenharia de algoritmos/circuitos até oferecer novos caminhos para otimizar protocolos de correção de erros e destilação. Conforme a tecnologia de computação quântica progride, espera-se que conceitos como mana, robustez da magia e conversões catalíticas se tornem parte do vocabulário cotidiano de cientistas e engenheiros quânticos, assim como termos como “qubit” e “entrelaçamento” já o são.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria de recursos e “magia” quântica constitui hoje um campo vibrante que aprofunda nossa compreensão sobre o poder da computação quântica. Nesta revisão, estruturamos os principais conceitos e resultados relativos a esse tema. Iniciando pela definição dos estados estabilizadores como livre de custo e a identificação de estados não-estabilizadores (mágicos) como portadores do recurso crítico, vimos que quantificar a magia por meio de medidas como mana e robustez trouxe rigor e clareza para algo que outrora era tratado de forma ad hoc. As medidas de magia permitiram mapear, em números, a fronteira entre o simulável e o insolúvel classicamente, confirmando que a não-Cliffordidade é indispensável para qualquer vantagem exponencial.

Abordamos também aspectos operacionais, incluindo a síntese de circuitos universais minimizando o uso de portas T (ou seja, economizando estados mágicos) e os protocolos de destilação que provêm esses estados de forma confiável a partir de recursos ruidosos. Destacamos que, embora existam limites fundamentais nesses processos, a pesquisa recente de técnicas catalíticas indica caminhos para superar barreiras antes consideradas intransponíveis, sugerindo que a comunidade ainda não explorou todo o potencial de conversão eficiente de recursos quânticos. Tais avanços teóricos precisam, naturalmente, ser acompanhados de validação experimental; mas já oferecem um vislumbre de arquiteturas de computação quântica futuras onde a magia seja gerenciada com parcimônia e inteligência, reduzindo sobremaneira os custos de overhead atualmente projetados para máquinas tolerantes a falhas.

No enlace entre magia e vantagem quântica, reforçamos a interpretação de que a magia quântica é uma condição sine qua non para superar a computação clássica. Isso realça a

importância de desenvolver intuições e ferramentas para detectar e manipular magia em dispositivos quânticos. Por exemplo, à medida que se constróem computadores quânticos intermediários, métricas de magia podem servir tanto para diagnosticar quando o processador entra em um regime computacionalmente superior (sinalizando sucesso em gerar correlação não-trivial), quanto para garantir segurança em protocolos quânticos (pois determinados ataques ou simuladores adversários enfrentariam dificuldades precisamente pela necessidade de magia).

Em termos de perspectivas futuras, várias frentes permanecem em aberto. Uma delas é a exploração de magia em dimensões e sistemas alternativos - por exemplo, computação quântica baseada em qudits de dimensões maiores que 2, onde o espaço de estabilizadores e a definição de magia assumem contornos diferentes e ricamente ligados a contextualidade. Outra frente é investigar o papel da magia em algoritmos quânticos conhecidos: quais algoritmos realmente exploram a magia de forma intensiva e poderiam falhar caso esse recurso fosse restrito? Identificar isso pode levar a novas classificações de algoritmos e, potencialmente, a novos algoritmos que maximizem o uso eficiente da magia. Do ponto de vista prático, o desenvolvimento de métricas mensuráveis experimentalmente de magia (análogas a testemunhas de entropia ou fidelidade) é crucial – já existem propostas e demonstrações iniciais, mas torná-las rotina em laboratório impulsionará a área.

Em síntese, as considerações finais apontam para a conclusão de que a magia quântica, longe de ser um conceito místico como o nome sugere, é na verdade um recurso físico quantificável e gerenciável. Compreendê-la e dominá-la é parte essencial do caminho rumo a computadores quânticos úteis e amplamente superiores aos clássicos. Assim como a termodinâmica clássica evoluiu do estudo de “energia útil” e “entropia”, podemos vislumbrar uma termodinâmica de recursos quânticos na qual a magia ocupa lugar análogo – medindo a parte da “energia quântica” que pode ser convertida em trabalho computacional vantajoso. Os esforços de pesquisa reunidos nesta revisão constituem os alicerces desse edifício conceitual e técnico, que continuará a se desenvolver nos próximos anos.

## REFERÊNCIAS

- AHMADI, M. et al. (2018). **Quantification and manipulation of magic states**. Phys. Rev. A 97, 062332.
- BRAVYI, S., & KITAEV, A. (2005). **Universal quantum computation with ideal Clifford gates and noisy ancillas**. Phys. Rev. A 71, 022316.

CAMPBELL, E. T., & BROWNE, D. E. (2010). **Bound states for magic state distillation in fault-tolerant quantum computation**. *Phys. Rev. Lett.* 104, 030503.

FANG, K., & LIU, Z.-W. (2024). **Surpassing the fundamental limits of distillation with catalysts**. arXiv:2410.14547.

FANG, K., & LIU, Z.-W. (2020). **No-Go Theorems for Catalytic Quantum Resource Distillation**. *Phys. Rev. Lett.* 125, 060405.

HOWARD, M. et al. (2016). **Contextuality supplies the magic for quantum computation**. *Nature* 510, 351–355.

LEONE, L. et al. (2022). **Stabilizer Rényi Entropies: Properties and Applications**. *PRX Quantum* 3, 030204.

TURKESHI, X., TIRRITO, E., & SIERANT, P. (2025). **Magic spreading in random quantum circuits**. *Nature Communications* 16, 2575 Emergent Mind (2025). Resource Theory of Magic in Quantum Computation (artigo online).

WANG, X., et al. (2019). **Efficiently computable magic measures for quantum computation**. *Phys. Rev. Lett.* 123, 130401.